Journal of Research on Archaeometry, 2018; 4 (2):35–48

Journal of Research on
Archaeometry

Tabriz Islamic Art University
1999

DOI: 10.29252/jra.4.2.35

URL: http://jra-tabriziau.ir/

Original Paper

An Introduction to the Use of Fuzzy Mathematics in Archeology (Case Study: Virtual Reconstruction of Togrul Tower by Using Fuzzy Reliability)

Seyed Mahmoud Taheri[1], Farshid Iravani Ghadim[2], MohammadAli Kabirian*[3]

[1] *School of Engineering Science, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, IRAN*
[2] *Department of Archaeology, Faculty of Conservation and Restoration, Art University of Isfahan, Isfahan, IRAN*
[3] *Department of Archaeology, Art University of Isfahan, Isfahan, IRAN*

Received: 16/09/2018 **Accepted: 28/12/2018**

Abstract

Nowadays, the use of fuzzy mathematics and fuzzy logic are increasing in various sciences. Archaeology is one of the sciences that is less attended with the methods of fuzzy mathematics and fuzzy logic. Due to the nature of many archaeological data, however, the use of such methods in archaeology can be beneficial. In this research, it has been tried to explain applications of fuzzy logic and fuzzy mathematics in archaeology. This research have six sections. In the beginning, history of using fuzzy logic in archaeology is presented. Then, fuzzy logic is explained, and in section three, necessity of using fuzzy mathematics and fuzzy logic in archaeology are explained at first and then, situations, parts and mechanism of using fuzzy mathematics and fuzzy logic in archaeology are explained. Situations are where the use of fuzzy mathematics and fuzzy logic are useful, including: when the collected data/documentation/information are imprecise, when the relationships between the variables are imprecise and when there is disagreement between archaeologists. Parts of archaeology where fuzzy logic and fuzzy mathematics are applicable include descriptions of data and analysis of data, postdiction, and decision making. The mechanism of using fuzzy mathematics and fuzzy logic in archaeology include fuzzy reliability, designing of fuzzy inference system, and the use of fuzzy statistics. In section four, virtual reconstruction in archaeology is presented. In section five, the fuzzy reliability is explained and its applications in archaeology are described. One of the applications of fuzzy reliability is its use for the virtual reconstruction of destroyed buildings. And finally in section six, to show the process of this method, as a case study, a semi-destructive structure is reconstructed by using fuzzy reliability. The Toghrul Tower, where a small part of tower is collapsed, is selected for such a case study. Of course, this method is applicable to buildings where a lot of them have been destroyed, and to complex buildings. To determine the characteristics, experts commented on technical, geographical, architectural elements of building. Reconstruction is done step by step and in each step, the reliability is calculated. The reliability of the final model is obtained by combining the reliability of the steps. To obtain reliability, two methods have been suggested: use of expert opinion or mathematical/statistical analysis. The Toghrul Tower is reconstructed in comparison with its similar buildings, as well as architectural and technical analysis. Finally, the form of Toghrul Tower was recognized with determined possibilities. This method is beneficial to the archaeologists and conservator for the scientific prediction and postdiction of the structures and objects.

* Corresponding author: ma.kabirian@ut.ac.ir

Keywords: Fuzzy Logic, Possibility theory, Virtual Reconstruction, Fuzzy Reliability, Toghrul Tower

پژوهه باستان‌سنجی ۱۳۹۷؛ ۴(۲): ۴۸-۳۵

پژوهه باستان‌سنجی

DOI: 10.29252/jra.4.2.35

URL: http://jra-tabriziau.ir/

مقاله پژوهشی

مقدمه‌ای بر استفاده از ریاضیات فازی در باستان‌شناسی (مورد مطالعاتی: بازسازی مجازی برج طغرل با استفاده از قابلیت اعتماد فازی)

سید محمود طاهری[1]، فرشید ایروانی قدیم[2]، محمدعلی کبیریان[3]*

۱. استاد، دانشکده فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۲. دانشیار، گروه باستان‌شناسی، دانشکده‌ی حفاظت و مرمت، دانشگاه هنر اصفهان، اصفهان، ایران

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد باستان‌شناسی، دانشگاه هنر اصفهان، اصفهان، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۶/۲۵ **تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۰/۷**

چکیده

امروزه استفاده از منطق و ریاضیات فازی در علوم و فنون گوناگون در حال افزایش است. باستان‌شناسی از علومی است که کمتر به روش‌های منطق و ریاضیات فازی توجه داشته است. اما به دلیل ماهیت بسیاری از اطلاعات و داده‌های باستان‌شناسی، استفاده از این روش‌ها در باستان‌شناسی می‌تواند مفید واقع شود. فازی در لغت به معنای مبهم و نادقیق است و ازآنجایی‌که در باستان‌شناسی داده‌هایی وجود دارند که مبهم هستند، استفاده از ریاضیات و منطق فازی می‌تواند راهگشای برخی تحلیل‌ها باشد. در پژوهش حاضر، در آغاز منطق فازی و لزوم استفاده از آن در باستان‌شناسی توضیح داده می‌شود. سپس شرایط و بخش‌هایی از باستان‌شناسی که در آن‌ها، ریاضیات و منطق فازی کاربرد دارد، بیان‌شده است و در انتها سازوکارهای استفاده از ریاضیات و منطق فازی در باستان‌شناسی شرح داده می‌شود. در ادامه یکی از سازوکارها، یعنی قابلیت اعتماد فازی و کاربردهای آن در باستان‌شناسی، به‌ویژه استفاده از آن برای بازسازی مجازی بناهای تخریب‌شده، بیان می‌شود. به‌عنوان مطالعه‌ی موردی، با استفاده از قابلیت اعتماد فازی، بنای نیمه تخریب‌شده‌ی برج طغرل، طی چند مرحله به‌صورت کامل بازسازی شده است. در هر مرحله بیشترین مقدار ممکن قابلیت اعتماد، انتخاب‌شده و در پایان، قابلیت اعتماد کل بنای بازسازی‌شده با استفاده از مقدار قابلیت اعتماد هر مرحله به دست آمده است. تعیین میزان قابلیت اعتماد مراحل بر اساس نظرات کارشناسان، ویژگی‌های فنی، معماری و جغرافیایی بوده است. این روش برای استفاده باستان‌شناسان و مرمتگران به‌منظور پس‌بینی علمی فرم سازه‌ها و اشیای از بین رفته و تحلیل‌های منتج از پس‌بینی، کاربرد دارد.

واژگان کلیدی: منطق فازی، نظریه‌ی امکان، بازسازی مجازی، قابلیت اعتماد فازی، برج طغرل

* مسئول مکاتبات: اصفهان، خیابان حکیم نظامی، دانشکده حفاظت و مرمت دانشگاه هنر اصفهان. کد پستی : ۸۱۷۵۸۹۴۴۱۸

پست الکترونیکی: ma.kabirian@ut.ac.ir

حق نشر متعلق به نویسنده(گان) است و نویسنده تحت مجوز Creative Commons Attribution License به مجله اجازه می‌دهد مقاله چاپ شده را با دیگران به اشتراک بگذارد منوط بر اینکه حقوق مؤلف اثر حفظ و به انتشار اولیه مقاله در این مجله اشاره شود.

۱. مقدمه و تاریخچه

ریاضیات و منطق فازی یکی از زیرمجموعه‌های نوین ریاضیات است که علی‌رغم گسترش استفاده‌ی آن در علوم دیگر، به علت‌های گوناگون، کمتر در باستان‌شناسی موردتوجه قرارگرفته است. عدم توجه به منطق فازی در باستان‌شناسی ایران نسبت به سطح جهانی دوچندان است و تاکنون پژوهش مدونی در این رابطه تدوین نشده است. ازجمله پژوهش‌های انجام‌شده به موارد زیر اشاره می‌کنیم.

مطالعه‌ی نیکولوچی و همکاران در سال ۲۰۰۱م. در رابطه با پایگاه داده‌های فازی که در آن، داده‌های باستان‌شناسی فازی‌سازی شده و سپس در پایگاه داده‌ها پیاده‌سازی شدند[1]. نیکولوچی در دو مطالعه‌ی دیگر به همراه هرمون در سال ۲۰۰۴م. به گونه‌شناسی باستان‌شناسی با استفاده از روش‌های فازی، با توجه به چهار مطالعه موردی و بازسازی مجازی یک بنای فرضی تخریب‌شده با استفاده از قابلیت اعتماد فازی پرداخت [2] و[3]. پژوهش دِرانز و همکاران در سال ۲۰۰۷م. که در آن با استفاده از منطق فازی داده‌های نادقیق مکانی و زمانی در پایگاه داده‌ها مدیریت می‌شوند. در این پژوهش، خیابان‌های یک شهر مربوط به روم باستان با استفاده از نوعی تبدیل فازی در دوره‌ی زمانی مشخصی برآورد می‌شوند [4]. مینک و همکاران در سال ۲۰۰۹م. مطالعاتی در زمینه مدل‌سازی پیش‌بینی (پس‌بینی) باستان‌شناسی با استفاده از GIS انجام دادند. در این مطالعه ناحیه‌ای در ایالت کنتاکی امریکا انتخاب شده و در آن، تحلیل مکانی با مدل‌سازی فازی ترکیب شده و پیش‌بینی‌های موردنیاز انجام گرفته است[5]. لیفکوفسکیا و همکاران در سال ۲۰۱۳م. در زمینه‌ی مدل‌های پس‌بینی باستان‌شناسی مطالعاتی انجام دادند. آن‌ها از داده‌های مکانی مربوط به ناحیه‌ای در کشور اسلواکی استفاده کردند که در آن اعتبارسنجی روش‌های مدل‌سازی پیش‌بینی باستان‌شناسی با استفاده از ریاضیات فازی ارزیابی شده است[6]. همچنین در سال ۲۰۱۵م. کتابی با عنوان ریاضیات و باستان‌شناسی (Mathematics and Archaeology) چاپ شده که در آن به استفاده از روش‌های فازی در باستان‌شناسی اشاره شده است[7].

از پژوهش‌های داخلی می‌توان به مطالعه‌ی مقصودی و همکاران اشاره کرد که با استفاده از منطق فازی نقش عوامل محیطی را در تعیین مکان‌گزینی سکونتگاه‌های دشت ورامین بررسی کرده‌اند[8]. همچنین پژوهش‌های نگارندگان در زمینه‌ی کاربرد ریاضیات فازی در باستان‌شناسی، که در آن کاربردهای گوناگون ریاضیات فازی در بخش‌های مختلف باستان‌شناسی تشریح شده و نمونه‌ای از این کاربردها بیان شده است [9] و فازی‌سازی داده‌های باستان‌شناسی به‌منظور استفاده در آمار فازی، قابل‌توجه است[10].

هدف این مقاله، تبیین کاربردهای یک روش نوین ریاضی در باستان‌شناسی، به‌منظور دقیق‌تر و علمی‌تر شدن تجزیه‌وتحلیل‌های باستان‌شناسان است. با توجه به اینکه در این پژوهش از روش‌های ریاضیاتی برای مطالب استفاده‌شده است و استفاده از روش‌های سنجش دستگاهی و تحلیل‌های علوم پایه، فنی مهندسی و زیست‌شناسی در راستای پیشبرد تحقیقات باستان‌شناسی و درک منطقی از فناوری گذشته در حیطه‌ی باستان‌سنجی قرار می‌گیرند[11]، بنابراین روش مطالعاتی این پژوهش زیرشاخه‌ای از باستان‌سنجی است.

مقاله حاضر بدین‌صورت تدوین شده است. در آغاز و در بخش ۲ به توضیح منطق فازی پرداخته می‌شود. در بخش ۳، کاربرد ریاضیات و منطق فازی در باستان‌شناسی بحث شده است و در پایان این بخش، وضعیت‌هایی که استفاده از ریاضیات فازی در باستان‌شناسی مفید و/یا ضروری است، مهم‌ترین بخش‌هایی از باستان‌شناسی که می‌توان در آن‌ها از ریاضیات فازی استفاده نمود و سازوکار استفاده از ریاضیات فازی در باستان‌شناسی مشخص می‌شود. در ادامه و در بخش‌های ۴، ۵ و۶ با استفاده از قابلیت اعتماد فازی به بازسازی مجازی برج طغرل پرداخته شده است.

۲. منطق فازی

علم منطق علم روش‌ها و اصول استدلال است[12]. منطق کلاسیک همان شیوه‌ای که بیشتر با آن آشنایی

داریم، دو ارزشی است، یعنی هر گزاره می‌تواند درست یا نادرست باشد که به‌صورت صفر و یک تعریف می‌شود. مانند اینکه بگوییم این سفال چرخ‌ساز هست یا چرخ‌ساز نیست. دیرینگی منطق کلاسیک به یونان باستان بازمی‌گردد. در حدود صدسال پیش منطق‌های چند ارزشی تعریف شدند. در نظر بگیرید گزاره‌ای نه درست باشد نه نادرست بلکه ارزش درستی آن‌یک عدد بین صفر و یک باشد، برای تعریف چنین گزاره‌ای باید ارزش‌های دیگری به دو ارزش قبلی اضافه شود. در منطق چند ارزشی می‌توانیم بیش از دو ارزش را مانند سه ارزش، چهار ارزش و تا هر تعداد مشخص ارزش را تعریف نماییم.

در سال ۱۹۶۵، پروفسور لطفی علی‌عسگرزاده با انتشار مقاله‌ای، مفهوم مجموعه‌های فازی را معرفی نمود[13]. فازی در لغت به معنای مبهم و نادقیق است[14]. در منطق فازی ارزش‌ها، واژه‌های زبانی (کلامی) هستند و درستی هر گزاره به‌صورت یک واژه بیان می‌شود. مانند آن‌که بگوییم سفال یافت شده با «امکان زیاد» مربوط به دوران آهن۳ است. از سوی دیگر در این منطق، استدلال از نوع تقریبی است که با تفکر و رفتار انسانی تطبیق بیشتری دارد.

در منطق فازی با عدم قطعیت و عدم اطمینان سروکار داریم. تا پیش از معرفی منطق فازی رویکرد ریاضی برای برخورد با عدم قطعیت استفاده از نظریه‌ی احتمال بوده است [15] و باور رایج این‌گونه بود که عدم قطعیت همواره ماهیت احتمالی و شانسی دارد. اما مواردی وجود دارد که عدم قطعیت ناشی از شانس نیست، بلکه ممکن است اطلاعات ما از سیستم نادقیق، مبهم یا ناکافی باشد. برای این‌گونه موارد به‌جای استفاده از نظریه‌ی احتمال (Probability Theory) که فقط مربوط عدم قطعیت ناشی از تصادف و شانس است، نظریات گوناگونی مطرح شد. یکی از نظریات مطرح‌شده دراین‌باره نظریه‌ی امکان (Possibility Theory) است. اگرچه زاده اولین کسی نیست که درباره‌ی مفاهیم امکان صحبت می‌کند اما برای اولین بار، «نظریه‌ی امکان» [13] را با الهام از مقاله گِینز و کُهُت [16] معرفی نمود[17]. نظریه‌ی امکان یک نظریه‌ی ریاضی برای اقدام در شرایط نایقینی (Uncertainty) از نوع ابهام است[18] . چیزی که تفاوت این دو نظریه‌ی را رقم می‌زند آن است که نظریه‌ی امکان برای عدم قطعیت حاصل از ناقص یا مبهم بودن اطلاعات است [18] اما نظریه احتمال برای نوعی از عدم قطعیت کاربرد دارد که مبتنی بر شانس، تصادف و فراوانی است. نظریه‌ی مجموعه‌های فازی یک پایه طبیعی برای نظریه‌ی امکان فراهم می‌کند. مانند آنچه نظریه‌ی اندازه (Measure Theory) در قبال نظریه‌ی احتمال ایفا کرده است[13].

۳. کاربرد ریاضیات و منطق فازی در باستان‌شناسی

۳-۱. زمینه و ضرورت استفاده از ریاضیات فازی در باستان‌شناسی

در باستان‌شناسی در بسیاری از زمینه‌ها، باستان‌شناسان با عدم قطعیت و نادقیقی مواجه می‌شوند. در این شرایط باستان‌شناسان غالباً از رویکرد احتمالی برای بررسی و تحلیل عدم قطعیت استفاده می‌کنند. برای مثال هنگامی‌که در مورد تاریخ‌گذاری یک سفال ابهام باشد، معمولاً ابهام را این‌گونه بیان می‌کنند: «این سفال **احتمالاً** مربوط به دوره آهن۳ است». اما درواقع در بیش‌تر موارد با کمبود و ناقص بودن اطلاعات مواجه هستیم و شانس و تصادفی وجود ندارد که از لفظ احتمال و بالطبع نظریه‌ی احتمال استفاده نماییم. در اصل باستان‌شناس معمولا در مواجهه با این شرایط به‌صورت ناخودآگاه از مفهوم امکان استفاده می‌کند اما اسم آن را احتمال می‌گذارد که یک اشتباه مصطلح است. بنابراین در مثال گفته‌شده گزاره‌ی صحیح آن است که بگوییم «**امکان** اینکه سفال یافت شده مربوط به دوران آهن ۳ باشد بیشتر است». درواقع هرگاه با عدم قطعیت از نوع ابهام، نادقیق بودن، شباهت و عدم شباهت و مانند این‌ها سروکار داشته باشیم، باید از نظریه‌ی امکان استفاده نمود. درحالی‌که هرگاه با شانس، تصادف و فراوانی سروکار داشته باشیم، باید از رویکرد احتمالی استفاده کنیم.

به علت وجود ابهام، عدم اطمینان و نادقیقی در باستان‌شناسی، منطق فازی در باستان‌شناسی کاربردهای فراوان دارد و استفاده از آن ضروری است. درواقع منطق فازی روشی است که با استفاده از آن داده‌های نادقیق که

حاصل از کمبود اطلاعات و عدم قطعیت موجود در باستان‌شناسی است، قابل تحلیل می‌شوند و دیگر نیازی به حذف این‌گونه داده‌ها و سو دادن به داده‌ها در تحلیل‌های باستان‌شناسان نیست. حال باید مشخص شود کاربرد ریاضیات فازی در باستان‌شناسی به چه صورت است.

۳-۲. شرایط، بخش‌ها و سازوکار استفاده از ریاضیات فازی در باستان‌شناسی

در وضعیت‌های گوناگونی، استفاده از ریاضیات فازی در باستان‌شناسی مفید و/یا ضروری است. مهم‌ترین این وضعیت‌ها موارد زیر است:

الف) هنگامی که داده‌های جمع‌آوری‌شده/ مدارک/ اطلاعات، نادقیق و مبهم هستند.

ب) هنگامی که روابط بین متغیرها، نادقیق و تقریبی است.

ج) هنگامی که بین باستان‌شناسان اختلاف‌نظر وجود دارد.

زمانی که یکی از شرایط بالا فراهم شود می‌توان از ریاضیات فازی در باستان‌شناسی استفاده کرد، اما این استفاده در چه بخش‌هایی از باستان‌شناسی است؟

سه بخش اصلی که می‌توان در آن‌ها از ریاضیات فازی استفاده نمود به شرح زیر است[9]:

الف) توصیف و تجزیه‌وتحلیل داده‌ها

ب) پس‌بینی

ج) تصمیم‌گیری و نتیجه‌گیری

حال باید سازوکار استفاده از ریاضیات فازی مشخص شود. این سازوکار می‌تواند در قالب‌های زیر باشد[10]:

الف) قابلیت اعتماد فازی

ب) طراحی سیستم استنتاج فازی

پ) استفاده از آمار فازی

۴. بازسازی مجازی

اندیشه‌ی واقعی مدل‌های مجازی و مجسم‌سازی سه‌بعدی با رواج روزافزون رایانه و استفاده گسترده از آن آغاز شده است. این روش، روندی تحلیلی است که بر ساختارهای نظری مانند فرضیه‌ها و بر ساختارهای عملی مانند قواعد ریاضی بنا شده است. استفاده از نرم‌افزارهای پردازش نه‌تنها مدل‌های گرافیکی نهایی را سامان می‌دهند، بلکه توان محاسباتی مدل‌های مجازی را افزایش می‌دهند[19].

با استفاده از این روش می‌توان واقعیت‌های تاریخی مانند بناها و اشیای تاریخی را که بنا بر هر دلیلی در طی زمان دچار تخریب یا نابودی شده‌اند، به‌صورت علمی بازسازی نمود. این عمل می‌تواند برای مرمتگران پیش از بازسازی واقعی و برای باستان‌شناسان و تحلیل‌های باستان‌شناسی و همچنین ثبت داده‌ها برای آیندگان کاربردی باشد.

تاکنون بیشتر بازسازی‌های صورت گرفته، بر اساس پیش‌بینی‌های کیفی و تجربی باستان‌شناسان و مرمتگران بوده است. به علت عدم وجود داده‌ی اصلی، همواره نمی‌توان بازسازی‌های صورت گرفته را درست انگاشت و در پاره‌ای از شرایط، مورد اختلاف پژوهشگران است. بهترین راه برای آنکه بتوان بازسازی‌های قابل امکان را برای یک داده سنجید و مقایسه کرد، کمّی کردن داده‌ها و شاخص‌های مربوط به داده‌ها و سهیم کردن محاسبات در روند بازسازی مجازی است.

۵. بازسازی مجازی بر اساس قابلیت اعتماد فازی

ازآنجایی‌که بسیاری از فرضیات و شاخص‌های موجود در باستان‌شناسی نسبی و نادقیق هستند، مناسب‌ترین روش برای کمی کردن داده‌ها و شاخص‌های نسبی، استفاده از منطق فازی است.

در ادامه برای نمونه، بازسازی مجازی برای یک بنای ناکامل با استفاده از روش‌های فازی انجام می‌شود. این نوع بازسازی برای اولین بار در مقاله‌ای از نیکولوچی و همکاران که پیش‌تر به آن اشاره شد، ارائه شده است[3]. ولی بازسازی ارائه‌شده در مقاله‌ی حاضر نسبت به پژوهش گفته شده دارای سه مزیت زیر است:

۱) در پژوهش پیش‌رو بازسازی مجازی برای یک بنا که در واقعیت نیمه تخریب شده است، صورت گرفته است. اما در مقاله نیکولوچی و همکاران به بازسازی

مجازی بنایی که به‌صورت فرضی تخریب‌شده، پرداخته شده است.

۲) در مقاله پیش‌رو مقادیر قابلیت اعتماد، از قابلیت اعتماد خیلی خیلی کم تا قابلیت اعتماد خیلی خیلی زیاد به‌صورت تابع فازی بیان‌شده و در مراحل بازسازی از آن استفاده شده است .

۳) در مراحل بازسازی این پژوهش، قابلیت اعتماد بنای موردنظر با مقایسه با ۱۲ بنای دیگر به دست آمده است.

بازسازی بنا به‌صورت گام‌به‌گام انجام شده است. در هر مرحله شاخص‌های موردنظر به‌صورت جداگانه فازی شده و در مرحله‌ی پایانی، بنا به‌طور کامل و با قابلیت اعتماد مشخص بازسازی شده است. به علت نو بودن و تازگی موضوع و برای قابل‌فهم شدن روش انتخابی، نگارندگان از پیچیدگی پرهیز و به همین منظور برج طغرل را که هم قسمت کمی از آن فروریخته و هم به‌صورت مجموعه بنا نیست، انتخاب نموده‌اند. البته این روش برای بناهایی که قسمت زیادی از آن‌ها باقی نمانده و شامل مجموعه‌ی ساختمانی از اتاق‌ها، راهروها و غیره هستند، کاربردی است. برای کمّی کردن شاخص‌ها ازنظر کارشناسان درباره ویژگی‌های فنی، جغرافیایی، معماری و غیره بنا استفاده شده است. در پژوهش‌های آینده می‌توان به‌منظور دقیق‌تر شدن بازسازی، از روش‌های محاسباتی و هندسی و همچنین وزن‌دار کردن شاخص‌های مؤثر، استفاده نمود.

در بازسازی برج طغرل برای هر گام از بازسازی، قابلیت اعتماد مربوطه محاسبه شده و قابلیت اعتماد مدل نهایی با ترکیب قابلیت اعتماد گام‌ها به‌دست آمده است. برای به دست آوردن قابلیت اعتماد، دو روش پیشنهاد شده است: استفاده ازنظر کارشناسان و تجزیه‌وتحلیل آماری. به این صورت که برج طغرل با مقایسه با بناهای مشابهش، چه بناهای هم‌عصرش و چه بناهایی که پیش یا پس از دوره احداث برج طغرل ایجاد شده است و همچنین با تجزیه‌وتحلیل معمارانه و فنی بازسازی می‌شود.

برای تعیین قابلیت اعتماد هر مرحله، از عملگر منطقی AND به‌صورت $f(A \text{ AND } B) = \min(f(A), f(B))$ استفاده شده و رابطه زیر به دست آمده است (رابطه ۱):

$$r(M_k) = \min_{k=1,\dots,n}(r_k^{(a)}, r_k^{(r)}, r_k^{(p)})$$

که در آن $r(M)$ قابلیت اعتماد هر گام، r_0 قابلیت اعتماد مدل اولیه، $r^{(a)}$ قابلیت اعتماد مطلق (قابلیت اعتماد هر بخش بدون توجه به سایر بخش‌ها)، $r^{(r)}$ قابلیت اعتماد نسبی (قابلیت اعتماد با توجه به سازگاری با زمینه‌ای که به آن اضافه شده است مانند ویژگی‌های جغرافیایی، ویژگی‌های تاریخی، جنبه‌های معمارانه و فنی و ...)، $r^{(p)}$ قابلیت اعتماد موقعیتی (که وابستگی بخش اضافه شده با مدل از پیش‌ساخته شده را در نظر می‌گیرد) و k شماره گام یا مرحله است.

برای تعیین جداگانه‌ی هرکدام از قابلیت‌های اعتماد ($r^{(a)}$،$r^{(r)}$ و $r^{(p)}$) باید بیشترین قابلیت اعتماد ممکن را در نظر بگیریم (رابطه ۲):

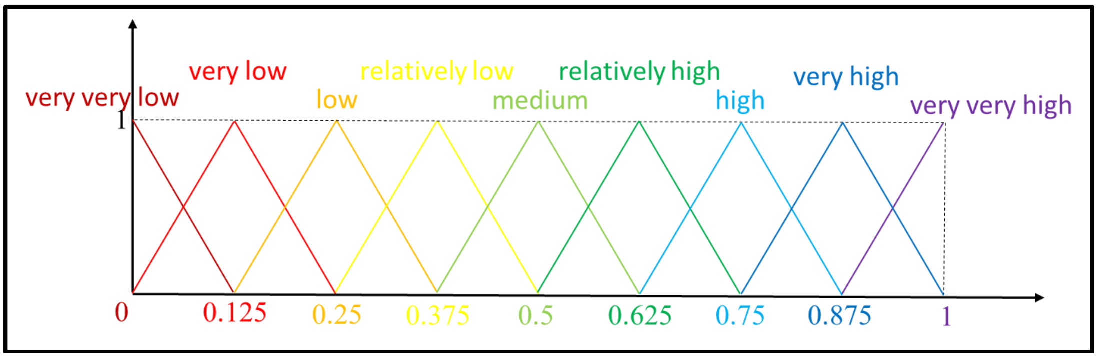
$$r = \max_{n=1,2,3\dots,\infty}(r_1, r_2 \dots, r_n)$$

اما، طبق رابطه۱، درنهایت قابلیت اعتماد هر مرحله کمترین قابلیت اعتماد موجود می‌شود. همچنین قابلیت اعتماد نهایی از رابطه زیر به دست می‌آید (رابطه ۳):

$$r(M_{\text{نهایی}}) = \min_{k=1,\dots,n}(r_0, r_1, \dots, r_k)$$

میزان قابلیت اعتماد را از کمترین مقدار تا بیشترین مقدار به‌صورت یک تابع مثلثی فازی تعریف می‌کنیم (شکل ۱). بر همین اساس مقادیر قابلیت اعتماد را برحسب ۹ واژه‌ی زبانی خیلی خیلی کم (زرشکی)، خیلی کم (قرمز)، کم (نارنجی)، نسبتاً کم (زرد)، متوسط (سبز روشن)، نسبتاً زیاد (سبز تیره)، زیاد (آبی)، خیلی زیاد (سورمه‌ای) و خیلی خیلی زیاد (بنفش) افراز می‌کنیم و برای هریک از این واژه‌ها، تابع عضویت مثلثی را (که هرکدام با رنگ خاصی مشخص شده است) تعریف می‌کنیم. در این حالت برای مقایسه قابلیت‌های اعتماد حاصل از مراحل مختلف باید توابع مثلثی فازی را باهم مقایسه کنیم که باعث پیچیدگی روند بازسازی می‌شود به همین منظور برای هر تابع مثلثی، مقدار میانگین هر تابع مثلثی برای نشان دادن قابلیت اعتماد استفاده شد. بر همین اساس قابلیت اعتماد برای خیلی خیلی کم برابر با صفر، خیلی کم برابر با ۰/۱۲۵، کم برابر با ۰/۲۵، نسبتاً کم برابر با ۰/۳۷۵، متوسط برابر با ۰/۵، نسبتاً زیاد برابر با ۰/۶۲۵، زیاد برابر با ۰/۷۵، خیلی زیاد برابر با ۰/۸۷۵ و

خیلی خیلی زیاد برابر با ۱ در نظر گرفته شد.



شکل۱. توابع عضویت مثلثی

Fig. 1: Triangular membership functions

۶. بازسازی مجازی برج طغرل با استفاده از قابلیت اعتماد فازی

در ایران دوران اسلامی، بناهای آرامگاهی پس از مساجد در شمار پرتعدادترین آثار معماری قرار دارند. ساخت این بناها از سده‌ی چهارم هجری به بعد و با پدید آمدن سلسله‌های مختلف محلی در شرق و شمال ایران که هم‌زمان با تضعیف خلافت عباسی بود، رواج یافت. بخش عمده‌ای از مقابر دوران اسلامی را آرامگاه‌های برجی تشکیل می‌دهد. مقابر برجی با اشکال متنوعی از قبیل مدور و چندوجهی، دارای ویژگی‌های مشترکی چون گنبد بلند خارجی و تأکید بر بلندای ساختمان نسبت به عرض آن است. گرچه برخی از محققان، منشأ و ریشهٔ این نوع بناها را به خیمه‌های ترکی، معابد صابئین، برج‌های نگهبانی چینی و برج آرامگاه‌های تدمری نسبت می‌دهند ولی باید گفت که پیرامون خاستگاه و منشأ اولیه این نوع بناها هاله‌ای از ابهام و عدم قطعیت وجود دارد. سرآغاز این نوع بناها «گنبدکاووس» با قدمت ۳۹۷ هجری قمری است. بنای قرص و محکمی که قدرت بی‌چون‌وچرای خود را بیش‌ازپیش جلوه می‌دهد و درواقع، به عنوان الگویی برای سایر مقابر برجی شکل به شمار رفته و ازلحاظ مقیاس و ارتفاع، هیچ‌یک از مقابر برجی بعدی با آن برابری نمی‌کند. روند تکاملی این نوع برج‌های آرامگاهی در ادوار بعد، از قبیل سلجوقی، ایلخانی و تیموری نیز ادامه می‌یابد[20].

از بناهایی برجی شکل که پس از گنبدکاووس ساخته شده است می‌توان به بنایی موسوم به «برج طغرل» اشاره کرد. این سازه، بنایی است با اسکلت خشتی و آجری که در ری، واقع در استان تهران قرار دارد[21]. پیشینه‌ی بنا مربوط به دوران سلجوقی است و آرامگاهی منتسب به طغرل بیک، شاه سلجوقی است [22]. بنا بر آنچه بر راهنمای بنا نوشته شده است، بلندای بنا ۲۳ m، قطر داخلی آن ۱۱ m و قطر خارجی آن ۱۵ m است. این بنا برای نخستین بار در سال ۱۳۰۱ه.ش مرمت شده است. پس‌ازآن مرمت نهایی آن از سال ۱۳۷۷ه.ش تا ۱۳۷۹ه.ش صورت گرفت[21]. در ادامه، بر اساس موارد ذکر شده، برج طغرل به‌صورت مجازی بازسازی شده است.

پیش از بازسازی این نکته را یادآور می‌شویم که مقدار در نظر گرفته‌شده برای قابلیت اعتماد در مراحل بازسازی با توجه به شکل ۱ به‌دست آمده است.

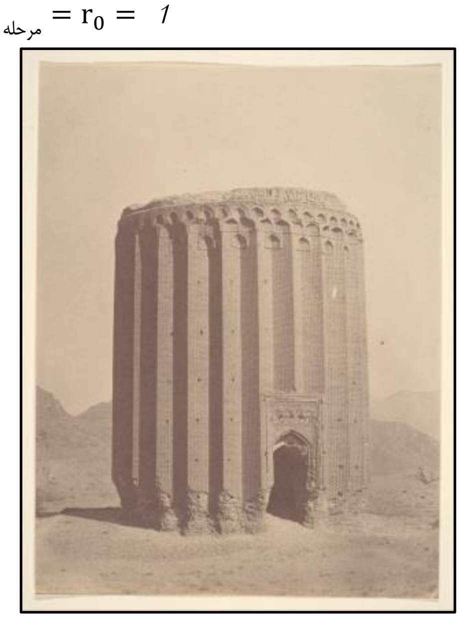
۶-۱. مرحله‌ی صفر: پیش از بازسازی

مدل اولیه M_0 که همان اثر برجای‌مانده است را در شکل ۲ مشاهده می‌کنیم. بنابراین داریم $r_0=1$. همچنین ارتفاع آن h_0 است. به دلیل آنکه بنا تا این مرحله موجود است باقی قابلیت‌های اعتماد مطلق، نسبی و موقعیتی یعنی $r^{(a)}$، $r^{(r)}$ و $r^{(p)}$ برابر با یک قرار داده می‌شوند. طبق رابطه ۱ داریم:

$$r(M_k)=\min_{k=1\ldots n}\left(r_k^{(a)}, r_k^{(r)}, r_k^{(p)}\right) \Rightarrow r(M_0)=\min\left(r_0^{(a)}, r_0^{(r)}, r_0^{(p)}\right)=\min(1,1,1)=1$$

بنابراین برای این مرحله داریم:

$$r_{\text{مرحله}\cdot} = r_0 = 1$$



شکل۲. M_0، مدل اولیه ($r_0 = 1$) (این عکس را به احتمال زیاد لوییجی پشه (Luigi Pesce) در حدود سال ۱۸۴۰تا ۱۸۶۰ از برج طغرل گرفته است که در سایت موزه متروپلیتن موجود است.)[23]
Fig. 2: M_0 , Primitive model (r_0=1) (Photo most possibly by Luigi Pesce taken between 1840–60)

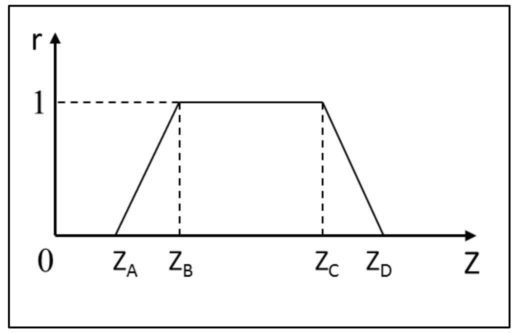
۶-۲. مرحله‌ی ۱: بازسازی بنا تا پیش از قرارگیری بام

اولین قسمتی که بازسازی می‌شود m_1 (قسمتی که به مدل اولیه M_0 اضافه شده و مدل نهایی مرحله۱، M_1 را می‌سازد) است که ارتفاع نامشخص Z را دارد. در این بخش قابلیت اعتماد نسبی و قابلیت اعتماد موقعیتی برابر با ۱ است. زیرا قسمتی که مرمتگران به بنا اضافه کرده‌اند هم با کلیت بنا و بخش باقیمانده‌ی بنا سازگاری دارد و هم با ویژگی‌های فنی و معماری، جغرافیایی و تاریخی سازگاری دارد. اما قابلیت اعتماد مطلق به Z وابسته است. مقدار Z را نمی‌توان دقیقاً به دست آورد. با بررسی قسمت باقیمانده از بالای بنا که در تصویر مدل M_0 مشخص شده است (شکل۲)، و با توجه به اینکه کاملاً اطمینان نداریم ارتفاع قسمت تخریب‌شده چقدر بوده است، یک عدد فازی برای مقدار Z (ارتفاع تخریب‌شده) در نظر می‌گیریم. درواقع مقدار Z را به‌صورت یک عدد فازی ذوزنقه‌ای در نظر می‌گیریم (شکل ۳). تفسیر عدد فازی نشان داده‌شده در شکل ۳ به این صورت است که مقادیر ممکن برای Z را بین Z_A و Z_D در نظر می‌گیریم. برای نمونه در مورد مثال پیش‌رو می‌توان گفت ارتفاع، بین (Z_A)۱۰cm تا (Z_D)۱۰۰cm بوده است. سپس به حالت ذوزنقه‌ای مقادیری که بیشترین قابلیت اعتماد را دارند (Z_B تا Z_C) با شیبی ملایم از مقادیری که پیش‌ازاین انتخاب کردیم، جدا می‌کنیم. برای نمونه در این مثال ۳۰cm تا ۸۰cm برای Z_B تا Z_C در نظر گرفته شد. قابلیت اعتماد کلی M_1 (مدل اولیه M_0 بعلاوه بخش اضافه‌شده m_1) به انتخاب Z وابسته خواهد بود. بنابراین باید مقدار با بیشترین قابلیت اعتماد را منظور کنیم و ارتفاع کلی $h_1 = h_0 + Z$ را به دست آوریم.

علاوه بر ارتفاع قسمت اضافه‌شده، قابلیت اعتماد مطلق به طرح قسمت اضافه‌شده هم وابسته است. همان‌طور که در شکل ۲ مشخص است، بنا در این قسمت دارای کتیبه‌ای بوده است که تنها قسمتی از آن باقی‌مانده است و قسمت‌های از بین رفته، دقیقاً قابل حدس نیست. با توجه به این موارد، قابلیت اعتماد مطلق این مرحله را (که در مرمت اولیه برج طغرل اعمال شده است) ۰/۸۷۵ در نظر می‌گیریم ($r_1^{(a)}$=/۸۷۵.). بنابراین با توجه به رابطه ۱ قابلیت اعتماد این مرحله به‌صورت زیر به دست می‌آید (شکل ۴):

$$r(M_k)= \min_{k=1...,n}(r_k^{(a)}, r_k^{(r)}, r_k^{(p)}) \Longrightarrow \quad r(M_۱)= \min (r_1^{(a)}, r_1^{(r)}, r_1^{(p)}) = \min(0.875,1,1)=\mathbf{0.875}$$

به‌بیان‌دیگر، بنای حاضر (که تا این مرحله نمونه عینی آن وجود دارد) به میزان ۰/۸۷۵ به بنا اصلی شباهت دارد. از دلایلی که نمی‌توان این بنا را دقیقاً همان بنا احداث‌شده در گذشته دانست یکی ارتفاع قسمت مرمت شده و دیگری نبود کتیبه در این قسمت است که مشخصاً در



شکل۳: تابع قابلیت اعتماد فازی برای z (ارتفاع قسمت اضافه‌شده)

Fig. 3: Reliability function for z (height of the added section)

شکل۴: M_1 ، برج پس از بازسازی مرحله ۱ ($r_1 = ۰/۸۷۵$)

Fig. 4: M_1, Tower after step 1 of the reconstruction ($r_1=0.875$)

هنگام بازسازی و مرمت بنا از بین رفته و با نمای فعلی جایگزین شده است.
بنابراین برای این مرحله داریم:

$$r_{1_{\text{مرحله}}} = r_1 = 0.875$$

۶-۳. مرحله‌ی۲: بررسی وجود یا عدم وجود سازه‌ای پیش از بام

در این مرحله بررسی می‌شود که آیا پیش از بنای بامِ برج قسمتی وجود داشته است یا خیر. با مقایسه با دیگر بناهای مشابه امکان وجود داشتن چنین قسمتی ۰/۲۵ در نظر گرفته می‌شود زیرا در بناهای مشابه امکان وجود چنین قسمتی اندک است. همچنین امکان وجود نداشتن این قسمت ۰/۷۵ در نظر گرفته می‌شود زیرا در بناهای مشابه امکان وجود نداشتن چنین قسمتی زیاد است. بنابراین طبق رابطه ۲ نتیجه زیر حاصل شده است:

$$r=\max_{n=1,2,3\dots,\infty}(r_1, r_2 \dots, r_n) \Rightarrow r_2 = \max\left(r_{\text{وجود نداشتن}}, r_{\text{وجود داشتن}}\right) = \max(0.75, 0.25) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow r_2 = 0.75$$

بنابراین برای این مرحله داریم:

$$r_{2_{\text{مرحله}}} = r_2 = 0.75$$

۶-۴. مرحله‌ی۳: بررسی امکان‌های موجود برای بام بنا

در این مرحله امکان‌های موجود برای بام بررسی شده‌اند. حالت‌های موجود به شرح زیر است:

۱. بنا بدون سقف بوده باشد
۲. سقف بنا مسطح بوده باشد
۳. سقف بنا نوعی پوشش گنبدی داشته باشد

برای حالت ۱، قابلیت اعتماد موقعیتی و مطلق آن را ۱ در نظر می‌گیریم زیرا هم ازنظر پیوستگی با قسمت پیشین بنا و هم از دیدگاه قسمت اضافه‌شده بدون وابستگی به قسمت‌های پیشین، چنین شرایطی کاملاً قابل امکان است. اما قابلیت اعتماد نسبی را ۰/۳۷۵ در نظر می‌گیریم زیرا با توجه به ویژگی‌های بنا و شرایط فنی، تاریخی و جغرافیایی و با مقایسه با بناهای مشابه، امکان چنین شرایطی نسبتاً اندک است. بنابراین قابلیت اعتماد کلی این حالت، بنا بر رابطه ۱ به‌صورت زیر به دست می‌آید.

$$r(M_k) = \min_{k=1\dots,n}\left(r_k^{(a)}, r_k^{(r)}, r_k^{(p)}\right) \Rightarrow r_{\text{بدون سقف}} = \min\left(r^{(a)}_{\text{بدون سقف}}, r^{(r)}_{\text{بدون سقف}}, r^{(p)}_{\text{بدون سقف}}\right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow r_{\text{بدون سقف}} = \min(1,1,0.375) = \mathbf{0.375}$$

برای حالت۲، به دلیل آنکه بدون نظر گرفتن بقیه اجزای بنا و شرایط تاریخی، جغرافیایی و فنی، وجود سقف

امکان‌پذیر است، قابلیت اعتماد مطلق را ۱ در نظر می‌گیریم. قابلیت اعتماد موقعیتی وابسته به بنا پیش‌ازاین مرحله است که با توجه به نوع بنای باقیمانده و بازسازی‌شده تا این مرحله، امکان وجود سقف مسطح نسبتاً کم است. بنابراین قابلیت اعتماد موقعیتی را ۰/۳۷۵ در نظر می‌گیریم. قابلیت اعتماد نسبی با توجه به شرایط فنی، تاریخی و جغرافیایی ۰/۱۲۵ در نظر گرفته می‌شود زیرا با توجه به شرایط و امکانات آن زمان امکان ساخت سقف مسطح بر روی چنین بنایی بسیار اندک بوده است. بنابراین قابلیت اعتماد کلی این حالت، بنا بر رابطه ۱ به‌صورت زیر به دست می‌آید.

$$r(M_k) = \min_{k=1\dots,n}\left(r_k^{(a)}, r_k^{(r)}, r_k^{(p)}\right) \Rightarrow r_{\text{سقف مسطح}} =$$
$$\min\left(r^{(a)}_{\text{سقف مسطح}}, r^{(r)}_{\text{سقف مسطح}}, r^{(p)}_{\text{سقف مسطح}}\right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow r_{\text{سقف مسطح}} = \min(1,0.125\ ,0.375)\ = \mathbf{0.125}$$

برای حالت ۳، قابلیت اعتماد مطلق را ۰/۸۷۵ در نظر می‌گیریم زیرا بدون توجه به شرایط مکانی و امکانات و قسمت‌های قبلی بنا، ساخت گنبد امکان‌پذیر بوده است. همچنین به دلیل هماهنگی پوشش گنبدی با دیگر قسمت‌های بنا و ویژگی‌ها و شرایط فنی، تاریخی و جغرافیایی، قابلیت اعتماد نسبی و موقعیتی را ۰/۷۵ در نظر می‌گیریم. بنابراین قابلیت اعتماد کلی این حالت، بنا بر رابطه ۱ به‌صورت زیر به دست می‌آید.

$$r(M_k) = \min_{k=1\dots,n}\left(r_k^{(a)}, r_k^{(r)}, r_k^{(p)}\right) \Rightarrow r_{\text{سقف گنبدی}} =$$
$$\min\left(r^{(a)}_{\text{سقف گنبدی}}, r^{(r)}_{\text{سقف گنبدی}}, r^{(p)}_{\text{سقف گنبدی}}\right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow r_{\text{سقف گنبدی}} = \min(0.875,0.75,0.75)\ = \mathbf{0.75}$$

با مقایسه سه حالت گفته‌شده، بنا بر رابطه ۲ داریم:

$$r = \max_{n=1,2,3\dots,\infty}(r_1, r_2 \dots, r_n) \Rightarrow r_3 =$$
$$\max\left(r_{\text{بدون سقف}}, r_{\text{سقف مسطح}}, r_{\text{سقف گنبدی}}\right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow\ r_3 = \max(0.375,0.125,0.75) = 0.75$$

بنابراین با امکان ۰/۷۵پوشش بنا گنبدی شکل بوده است. پس برای این مرحله داریم:

$$r_{3_{\text{مرحله}}} = r_3 = 0.75$$

۶-۵. مرحله‌ی۴: بررسی انواع بام بنا

در این مرحله مشخص می‌شود که نوع گنبد به چه صورت بوده است. به همین منظور برای دقیق‌تر شدن سنجش، جدولی تهیه شده و مهم‌ترین ویژگی‌های بنا مشخص گردیده است. همچنین ۱۲ بنای مشابه برج طغرل در کشور را گزینش کرده تا برای هر یک از ویژگی‌های مشخص‌شده، امکان‌سنجی (قابلیت اعتماد مشابهت از دیدگاه ویژگی موردنظر) صورت گیرد. سپس برای هر بنا میزان امکان مشابهت با برج طغرل با جمع امکان‌ها به دست آمده است. در پایان، بنا بر رابطه ۲ بیشترین امکان (قابلیت اعتماد) برگزیده شده و قابلیت اعتماد نسبی این مرحله به دست می‌آید.

بر طبق آنچه از جدول ۱ نتیجه‌گیری می‌شود، چهار بنایی که بیشترین امکان مشابهت را دارند، انتخاب شده‌اند. بیشترین امکان مشابهت بام برج طغرل به ترتیب با بناهای برج علاءالدین، برج کاشانه، برج رادکان شرقی و گنبدکاووس است. برای به‌دست آوردن قابلیت اعتماد نسبی این مرحله، از امکان‌های بناهای یادشده که بیشترین مشابهت را با برج طغرل دارد میانگین گرفته شده است. به این ترتیب قابلیت اعتماد نسبی این مرحله برای بنای برج علاءالدین برابر با ۰/۷۴، برای بنای برج کاشانه برابر با ۰/۶۸۵ و برای گنبدکاووس و رادکان شرقی برابر با ۰/۶۷ است. همچنین قابلیت اعتماد موقعیتی برای هر سه بنا برابر با یک است زیرا امکان ساخت چنین بام‌های بر روی برج طغرل با توجه به دیگر قسمت‌های باقیمانده‌ی برج وجود دارد. قابلیت اعتماد مطلق به ارتفاع بام (z) وابسته است. مانند مرحله‌ی ۱ عمل کرده و ارتفاع بام یک عدد فازی ذوزنقه‌ای در نظر گرفته می‌شود (شکل۳) و قابلیت اعتماد مطلق، بیشترین قابلیت اعتماد انتخاب می‌گردد. بنابراین بر طبق رابطه ۱ قابلیت اعتماد هرکدام از بام‌های انتخاب‌شده برابر است با:

$$r(M_k) = \min_{k=1\dots,n}(r_k^{(a)}, r_k^{(r)}, r_k^{(p)}) \Rightarrow r(M_{\text{بام برج علاءالدین}}) = \min$$
$$(r^{(a)}_{\text{بام برج علاالدین}}, r^{(r)}_{\text{بام برج علاالدین}}, r^{(p)}_{\text{بام برج علاالدین}}) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow r(M_{\text{بام برج علاالدین}}) = \ \min(1,0.74\ ,1) = \mathbf{0.74}$$
$$r(M_k) = \min_{k=1\dots,n}(r_k^{(a)}, r_k^{(r)}, r_k^{(p)}) \Rightarrow r(M_{\text{بام برج کاشانه}}) =$$

$$\min\left(r^{(a)}_{\text{بام برج کاشانه}}, r^{(r)}_{\text{بام برج کاشانه}}, r^{(p)}_{\text{بام برج کاشانه}}\right) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow r(M_{\text{بام برج کاشانه}}) = \min(1, 0.685, 1) = \mathbf{0.685}$$

$$r(M_k) = \min_{k=1\ldots,n}\left(r^{(a)}_k, r^{(r)}_k, r^{(p)}_k\right) \Longrightarrow r(M_{\text{بام رادکان}}) = \min$$

$$\left(r^{(a)}_{\text{بام رادکان شرقی}}, r^{(r)}_{\text{بام رادکان شرقی}}, r^{(p)}_{\text{بام رادکان شرقی}}\right) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow r(M_{\text{بام رادکان شرقی}}) = \min(1, 0.67, 1) = \mathbf{0.67}$$

$$r(M_k) = \min_{k=1\ldots,n}\left(r^{(a)}_k, r^{(r)}_k, r^{(p)}_k\right) \Longrightarrow r(M_{\text{گنبد کاووس}}) = \min$$

$$\left(r^{(a)}_{\text{گنبد کاووس}}, r^{(r)}_{\text{گنبد کاووس}}, r^{(p)}_{\text{گنبد کاووس}}\right) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow r(M_{\text{گنبد کاووس}}) = \min(1, 0.67, 1) = \mathbf{0.67}$$

جدول۱: قابلیت اعتماد مشابهت با توجه به ویژگی‌های مشخص شده برای بناهای موردنظر نسبت به برج طغرل

Table 1: Similarity reliability according to building features in comparison Toghrul Tower

ویژگی Feature / نام بنا Building name	دوره تاریخی Historical period	سبک معماری Architectural style	کاربری Application	ویژگی جغرافیایی-مکانی Geographic-spatial feature	محدوده جغرافیایی Geographic area	فرم کلی General form	ابعاد Dimension	تزیینات نما Facade decorations	ویژگی ساخت Build feature	المانهای شاخص Indicator elements	جمع امکان Possible sum
گنبد کاووس Gonbad-e Kavous	0.7	1	0.7	0.6	0.5	0.7	0.4	0.7	0.8	0.6	6.7
پیرعلمدار Pir-e Alamdar	0.7	1	0.7	0.9	0.7	0.3	0.4	0.5	0.8	0.4	6.4
چهل دختران Chehel Dokhtaran	0.8	1	0.7	0.9	0.7	0.3	0.4	0.5	0.8	0.4	6.5
رادکان غربی Radkan-e Gharbi	0.7	1	0.7	0.5	0.4	0.3	0.7	0.5	0.8	0.4	6
رادکان شرقی Radkan-e Sharghi	0.7	1	0.7	0.5	0.4	0.4	0.7	0.8	0.8	0.7	6.7
لاجیم Lajim	0.85	1	0.7	0.5	0.7	0.55	0.4	0.6	0.7	0.4	6.4
رسکت Resket	0.85	1	0.5	0.5	0.6	0.2	0.4	0.6	0.7	0.4	5.75
برج آرامگاه علاءالدین Alaedin	0.7	1	0.7	0.9	0.9	0.7	0.3	0.7	0.7	0.8	7.4
امامزاده عبدالله و عبید الله دماوند Abdolah and Obeydola	0.7	0.8	0.7	0.65	0.75	0.75	0.6	0.4	0.5	0/6	6.45
میل اخنگان Akhangan	0.5	0.1	0.7	0.7	0.4	0.4	0.4	0.5	0.6	0.5	5.6
برج کاشانه Kashane	0.6	0.3	0.7	0.9	0.7	0.85	0.7	0.7	0.7	0.7	6.85
برج علی‌آباد Aliabad	0.6	0.2	0.7	0.9	0.4	0.75	0.7	0.6	0.6	0.5	5.95

با استفاده از رابطه ۲، بیشترین قابلیت اعتماد را از میان قابلیت اعتمادهای موجود انتخاب می‌کنیم.

$$r = \max_{n=1,2,3\ldots,\infty}(r_1, r_2 \ldots, r_n) \Longrightarrow r_4 =$$

$$\max\left(r_{\text{بام گنبد کاووس}}, r_{\text{بام رادکان شرقی}}, r_{\text{بام برج کاشانه}}, r_{\text{بام برج علاالدین}}\right) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow r_4 = \max(0.74, 0.685, 0.67, 0.67) = 0.74$$

بنابراین برای این مرحله داریم:

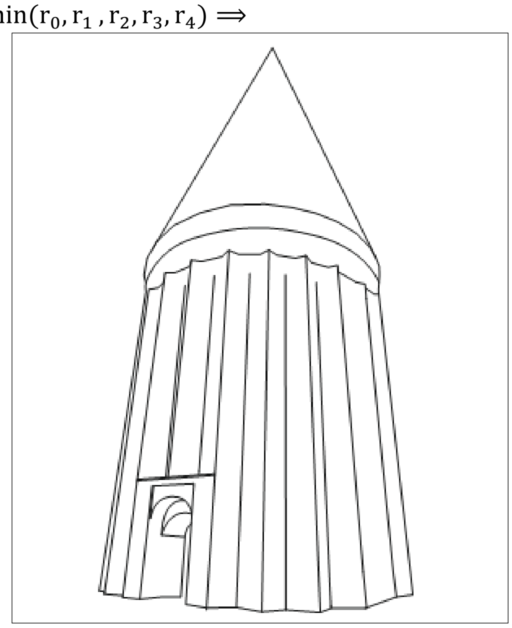
$$r_{4_{\text{مرحله}}} = r_4 = 0.74$$

این بدان معنا است که با قابلیت اعتماد ۰/۷۴ پوشش سقف بنا به صورت رک و مانند برج علاالدین بوده است.

۶-۶. بازسازی نهایی بنا و تفسیر امکانی آن

با توجه به مراحل طی شده و با استفاده از رابطه ۳ داریم:

$$r(M_{\text{نهایی}}) = \min_{k=1\ldots,n}(r_0, r_1, \ldots, r_k) \Rightarrow r\left(M_{\text{نهایی}}\right) = \min(r_0, r_1, r_2, r_3, r_4) \Rightarrow$$



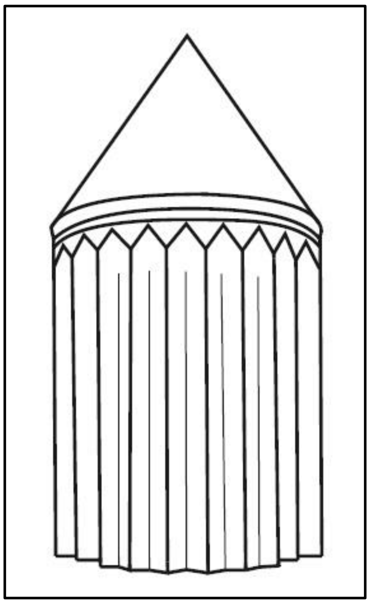
شکل۵: نهاییM، بازسازی نهایی برج طغرل بر اساس بیشترین امکان به‌دست آمده ($r_{\text{نهایی}}$ =۰/۷۴)

Fig. 5: M_{final}, Final reconstruction of Toghrul Tower based on the highest possibility obtained (r_{final}=0.74)

همچنین با توجه به جدول ۱ و استفاده از رابطه‌های۱و۲و۳ می‌توان نتیجه‌گیری را به این صورت کامل نمود که برج طغرل با امکان ۰/۶۸۵ گنبد کروی مانند برج کاشانه (شکل ۷) و با امکان ۰/۶۴ گنبد کروی

$$\Rightarrow r\left(M_{\text{نهایی}}\right) = \min(1, 0.875, 0.75, 0.75, 0.74) = \mathbf{0.74}$$

بنابراین با قابلیت اعتماد ۰/۷۴، به‌بیان‌دیگر با امکان ۰/۷۴ بنای برج طغرل به شکل زیر و با پوشش سقف رک بوده است (شکل‌های ۵ و ۶).

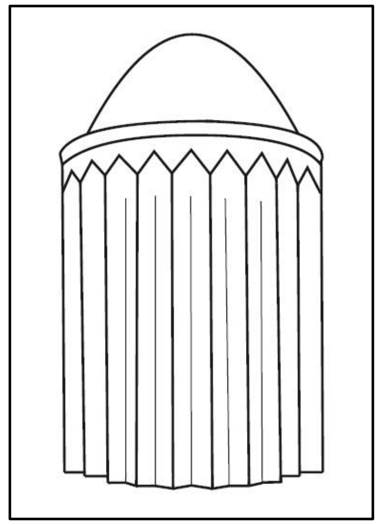


شکل۶: نهاییM، بازسازی نهایی برج طغرل بر اساس بیشترین امکان به‌دست آمده از نمای جانبی ($r_{\text{نهایی}}$ =۰/۷۴)

Fig. 6: M_{final}, Final reconstruction of Toghrul Tower from sideview based on the highest possibility obtained (r_{final}=0.74)

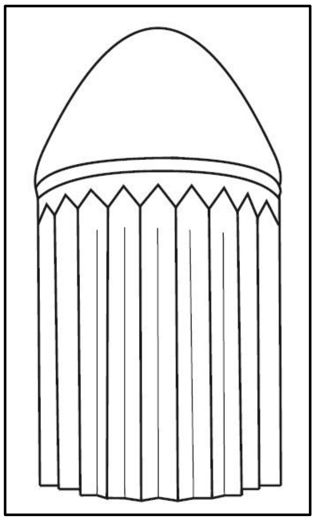
مانند برج لاجیم داشته است. (شکل ۸).

روند طی شده در مراحل بازسازی تا رسیدن به مدل نهایی در شکل ۹ قابل‌مشاهده است.



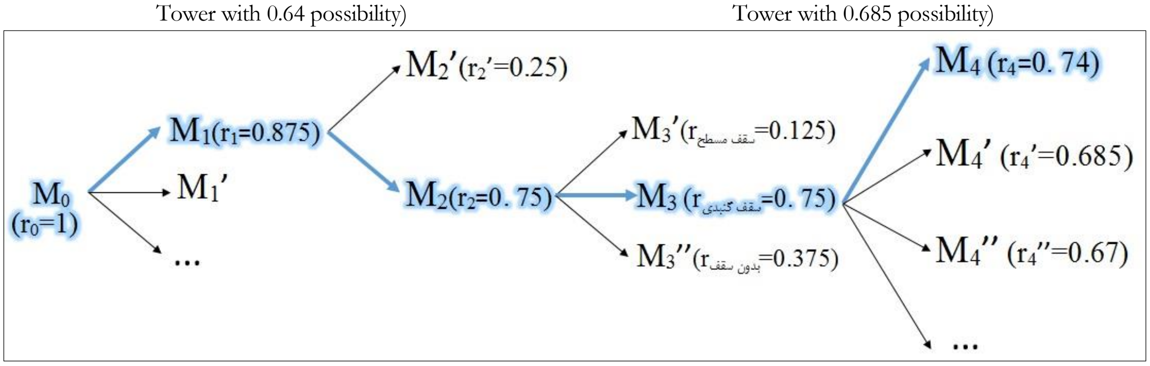
شکل ۷. بازسازی برج طغرل بر اساس امکان‌های پایین‌تر از بیشترین امکان (مانند برج کاشانه با امکان ۰/۶۸۵)

Fig. 7: Reconstruction of Toghrul tower based on low possibilities from the highest possibility (such as Kashane Tower with 0.685 possibility)



شکل ۸. بازسازی برج طغرل بر اساس امکان‌های پایین‌تر از بیشترین امکان (مانند برج لاجیم با امکان ۰/۶۴)

Fig. 8: Reconstruction of Toghrul tower based on low possibilities from the highest possibility (such as Lajim Tower with 0.64 possibility)



شکل۹: روند بازسازی برج طغرل طبق روش قابلیت اعتماد فازی (پیکان‌های پررنگ بیان‌گر بیش‌ترین قابلیت اعتماد و امکان در هر مرحله است)

Fig. 9: The process of reconstruction of the Tughrul Tower is based on the fuzzy reliability method (The highlight flashes indicate the highest reliability and possibility at each step)

۷. نتیجه‌گیری

از زمان معرفی ریاضیات و منطق فازی، کاربرد آن در علوم گوناگون، از مهندسی تا علوم انسانی و پزشکی رو به افزایش است. با توجه به وجود داده‌ها و گزاره‌های نادقیق/مبهم/ناقص در باستان‌شناسی شرایط برای استفاده از این نظریه فراهم است. از طرفی برای جلوگیری از حذف و یا سو دادن به داده‌ها و گزاره‌های نادقیق/مبهم/ناقص استفاده از روش‌های فازی در باستان‌شناسی ضروری است. گام آغازین برای استفاده از یک نظریه و روش، تبیین مبانی نظری موضوع موردنظر است. بر همین اساس ابتدا مبانی نظری استفاده از روش‌های فازی در باستان‌شناسی به‌صورت خلاصه بیان شد و این نتیجه به‌دست آمد که شرایط استفاده از ریاضیات و منطق فازی در باستان‌شناسی شامل سه مورد است: هنگامی‌که داده‌های جمع‌آوری‌شده / مدارک/اطلاعات، نادقیق و مبهم هستند، هنگامی‌که روابط بین متغیرها نادقیق و تقریبی است، هنگامی‌که بین باستان‌شناسان اختلاف‌نظر وجود دارد. توصیف و تجزیه‌وتحلیل داده‌ها، پس‌بینی، و تصمیم‌گیری و نتیجه‌گیری از جمله بخش‌هایی است که می‌توان در آن‌ها از ریاضیات فازی استفاده نمود. همچنین سازوکار استفاده

از ریاضیات فازی به‌صورت قابلیت اعتماد فـازی، طراحـی سیستم استنتاج فازی و استفاده از آمار فازی مشخص شد. به‌عنوان مطالعه موردی، با استفاده از قابلیت اعتماد فـازی به بازسازی مجازی بـرج طغـرل پرداختـه شـد. بازسـازی به‌صورت مرحله‌به‌مرحله بود که در هـر مرحلـه بیشـترین میزان قابلیت اعتماد محاسبه شد و در پایان، قابلیت اعتماد کل با توجه به قابلیت اعتماد هر مرحله به دست آمـد. بـر همین اساس و با اسـتفاده از ایـن روش، بـرج طغـرل بـا قابلیت اعتماد ۰/۷۴ دارای بامی رک مانند برج علاالـدین، با قابلیت اعتماد ۰/۶۸۵ دارای بام گنبدی کروی مانند برج کاشانه و با قابلیت اعتماد ۰/۶۴ دارای بام گنبـدی کـروی مانند برج لاجیم بـوده اسـت. روش معرفـی‌شـده، کلـی و عمومی است و از آن می‌توان برای بازسازی مجازی بناها و داده‌های دیگر که در آن‌هـا بـا اطلاعـات مـبهم و نـادقیق سروکار داریم، استفاده نمـود. روش‌شناسـی و تبیـین مبـانی نظری استفاده از ریاضیات و منطق فازی در باستان‌شناسـی، تدوین سیستم استنتاج فازی برای داده‌های باستان‌شناسـی، استفاده از آمار فازی در باستان‌شناسی و داده‌کاوی داده‌هـای باستان‌شناسی از تحقیقات بالقوه آینده است.

سپاسگزاری

از آقای مهندس ایمان احمدی که ایده‌ی استفاده از منطق فازی در باستان‌شناسـی حاصـل گفتگـو و هـم‌فکـری بـا ایشان بود، جناب آقای دکتر کمال‌الدین نیکنامی به خـاطر مشاوره در مراحل تدوین مقاله و خانم‌هـا مهنـدس آیـین کوپـایی و مهنـدس غـزل عسـگری بـرای کمـک در بخش‌های فنی و معماری مقاله سپاسگزاریم. همچنـین از داوران محترم مقاله که نظرات ارزشمندی در جهت بهبـود مقالـه مطـرح کردنـد و هیئـت تحریریـه نشـریه پژوهـه باستان‌سنجی، تشکر می‌نماییم.

References

[1] Niccolucci F, D Andrea A, Crescioli M. Archaeological applications of fuzzy databases. BAR Int Ser, 2001;931:107–16.

[2] Hermon S, Niccolucci F, Alhaique F, Iovino M-R, Leonini V. Archaeological typologies-an archaeological fuzzy reality. BAR Int Ser 2004;1227:30–4.

[3] Niccolucci F, Hermon S. A fuzzy logic approach to reliability in archaeological virtual reconstruction. Proc. of the 32nd International Conference on Computer Applications and Quantitative Methods in Archaeology Budapest, Archaeolingua 2004.

[4] De Runz C, Desjardin E, Piantoni F, Herbin M. Using fuzzy logic to manage uncertain multi-modal data in an archaeological GIS. International Symposium on Spatial Data Quality-ISSDQ, vol. 7, Citeseer; 2007.

[5] Mink PB, Ripy J, Bailey K, Grossardt TH. Predictive archaeological modeling using GIS-based fuzzy set estimation: A Case Study in Woodford County, in 2009 Proceedings of ESRI Users Conference, Kentucky, 2009.

[6] Lieskovský T, Ďuračiová R, Karell L. Selected mathematical principles of archaeological predictive models creation and validation in the GIS environment. Interdisciplinaria Archaeologica. Natural Sciences in Archaeology, 2013;4:177–90.doi: https://doi.org/10.24916/iansa.2013.2.4

[7] Barceló JA, Bogdanovic I. Mathematics and Archaeology. CRC Press; 2015.doi: https://doi.org/10.1201/b18530

[8] Maghsoudi M, Zamanzadeh S., Ehdaei A, Yousefi Zoshk R, Yamani M. Analysis of the Role of Environmental Factors in Site Selecting of Prehistoric Settlements in Varamin Plain with Usage Fuzzy Logic. J Spat Plan 2015;19:233–63. [in Persian]
[مقصودی مهران، زمان‌زاده سید محمد، اهدائی افسـانه، یوسفی زشک روح‌اله، یمانی مجتبی. تحلیل نقش عوامل محیطی در مکان‌گزینی سـکونتگاه‌هـای پـیش‌از تـاریخ دشت ورامین با استفاده از منطق فـازی. برنامـه‌ریـزی و آمایش فضا ۱۳۹۴؛ ۱۹: ۲۳۳–۶۳]

[9] Taheri S.M., Iravani Ghadim F, Kabirian M. Using of fuzzy mathematics in archeology. The 6th Iranian joint congress on Fuzzy and Intelligent Systems, Kerman 2018:307–14. [in Persian]
[طاهری سید محمـود، ایروانـی قـدیم فرشـید، کبیریـان محمدعلی. استفاده از ریاضیات فازی در باسـتان‌شناسـی. گزارش ششمین کنگره مشـترک سیسـتم‌هـای فـازی و

هوشمند ایران دانشگاه شهید باهنر کرمان ۱۳۹۶؛ ۳۰۷–۱۴.]

[10] Taheri S.M., Iravani Ghadim F, Kabirian M. Fuzzification of archaeological data for using in fuzzy statistics. 8th Seminar of Fuzzy Statistics and Probablity, Mashhad 2018:93–8. [in Persian]
[طاهری سید محمود، ایروانی قدیم فرشید، کبیریان محمدعلی. فازی‌سازی داده‌های باستان‌شناسی به منظور استفاده در آمار فازی. گزارش هشتمین سمینار آمار و احتمال فازی، دانشگاه فردوسی مشهد ۱۳۹۷؛ ۹۳–۸.]

[11] Emami SMA. Archaeometry, a Discipline for Linking Archaeology to Natural Sciences (Aims and Scopes). J Res Archaeom 2016;1:75–82. doi: https://doi.org/10.29252/jra.1.2.75 [in Persian]
[امامی سید محمدامین. باستان‌سنجی؛ پلی میان علوم طبیعی و مهندسی با باستان‌شناسی (اهداف و دورنما). نشریه پژوه‌ی باستان‌سنجی ۱۳۹۴؛ ۱: ۸۲–۷۵.]

[12] Taheri S.M. Feature of fuzzy logic. Math Thought Cult 2006;35:73–92. [in Persian]
[طاهری سید محمود. سیمای منطق فازی. فرهنگ و اندیشه ریاضی ۱۳۸۴؛ ۳۵: ۷۳–۹۲.]

[13] Zadeh LA. Fuzzy sets. Inf Control 1965:338–53.doi: https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X

[14] Islami E. Fuzzy logic and its applications. Kerman: Shahid bahonar University; 2013. [in Persian]
[اسلامی اسفندیار. منطق فازی وکاربردهای آن. کرمان: انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان؛ ۱۳۹۱.]

[15] Dubois D, Prade HM. Possibility Theory : an Approach to Computerized Processing of Uncertainty. Springer US; 1988.doi: https://doi.org/10.1007/978-1-4684-5287-7

[16] Gaines BR, Kohout TL. Possible automata 1975.

[17] Dubois D, Prade H. Possibility theory and its applications: Where do we stand? Springer Handb. Comput. Intell., Springer; 2015, p. 31–60.

[18] Agarwal P, Nayal HS. Possibility theory versus probability theory in fuzzy measure theory. Int J Eng Res Appl 2015;5:37–43.

[19] Niknami K, Mirashe Z, Ramezani M. An introduction to the virtual modeling process of a sassanian temple of worship, Dargaz. Soffeh 2012;21:96–183. [in Persian]
[نیکنامی کمال‌الدین، میراشه زهرا، رمضانی مریم. مقدمه‌ای بر فرایند مدل‌سازی مجازی یک اثر ساسانی نیایشگاه بندیان، درگز. صفه ۱۳۹۰؛ ۲۱: ۱۸۳–۹۶.]

[20] Nazari Arshad R, Tavousi M, Bayani S, Neyestani J. An archaeological study on the burial tomb of Ghorban tower in Hamadan. J Archaeol Stud 2014;6:62–149. [in Persian]
[نظری‌ارشد رضا، طاووسی محمود، بیانی سوسن، نیستانی جواد. پژوهشی باستان‌شناختی در بنای آرامگاهی برج قربان همدان. مطالعات باستان‌شناسی ۱۳۹۳؛ ۶ (۱) : ۱۴۹–۶۲.]

[21] Moghim A, Abbas Zadeh M. The Culture and Nature of Tehran State. Tehran: Karimkhan Zand; 2012. [in Persian]
[مقیم علی، دهقان مهرجردی علیرضا، عباس‌زاده عبداله، رئیسی فرنوش. سیمای فرهنگ و طبیعت استان البرز. تهران: انتشارات کریم‌خان زند، ۱۳۹۰.]

[22] Kateb M. Tehran and its historic buildings. Hist Surv 1969;3:209–42. [in Persian]
[کاتب مجید. تهران و ابنیه تاریخی آن. بررسی‌های تاریخی ۱۳۴۷؛ ۳: ۲۰۹–۴۲.]

[23] Pesce L. Tower of Toghrul. Metmuseum n.d.